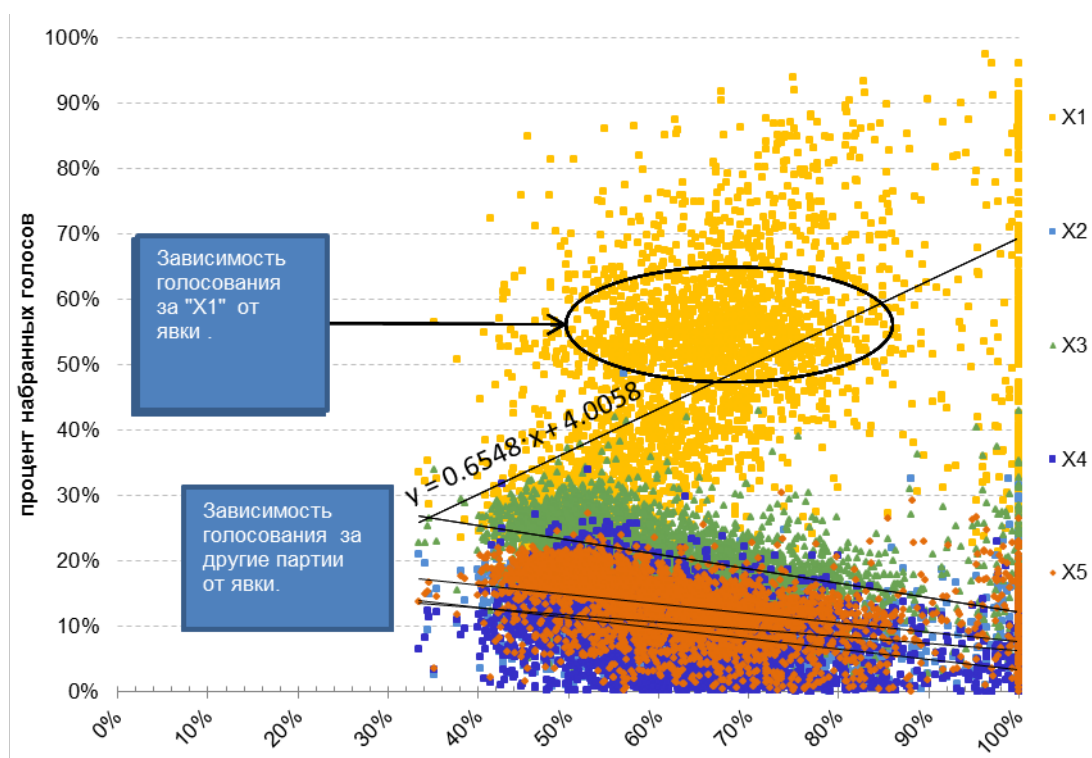


МАТЕМАТИКА ВСЕГО НЕ ЗНАЕТ, НО ДОГАДЫВАЕТСЯ О МНОГОМ...

Минувшие выборы в Государственную думу, состоявшиеся 4 декабря 2011 г., вне всякого сомнения, уже наделали достаточно шума. О том, что имели место многочисленные нарушения, первым стали говорить наблюдатели, следившие за организацией выборов на участках. Но на полномасштабные фальсификации указывают и результаты статистического анализа, вскрывающего всю неправдоподобность официальных результатов. В данной статье была осуществлена попытка оценить «истинные» результаты народного волеизъявления на территории города Москвы. Дабы читатель не упрекнул авторов статьи в ангажированности в пользу отдельных политических структур, названия всех партий были заменены на условные обозначения «X1», «X2»,..., «X7», хотя, конечно же, достигнуть полной анонимности здесь невозможно: искущённому читателю не составит труда понять, какие именно партии стоят за каждым из обозначений.

Для статистического анализа итогов волеизъявления народа на территории Москвы мы взяли общедоступные данные с сайта Центризбиркома по всем 3374 участковым избирательным комиссиям (УИК). На первом графике отчётливо видно, что с увеличением явки на избирательных участках доля голосов, отданных за партию X1, растёт, в то время как зависимость для всех остальных партий имеет прямо противоположный характер (кроме разве что самых нерепрезентативных партий (X6 и X7), которые набрали крайне мало голосов). И это при том, что в теории распределение голосов должно слабо зависеть от уровня явки избирателей, если, конечно, число «довольных и при этом политически неактивных» граждан не составляет практически абсолютное большинство.

Рисунок 1 – Распределение количества набранных партиями голосов по явке на выборах

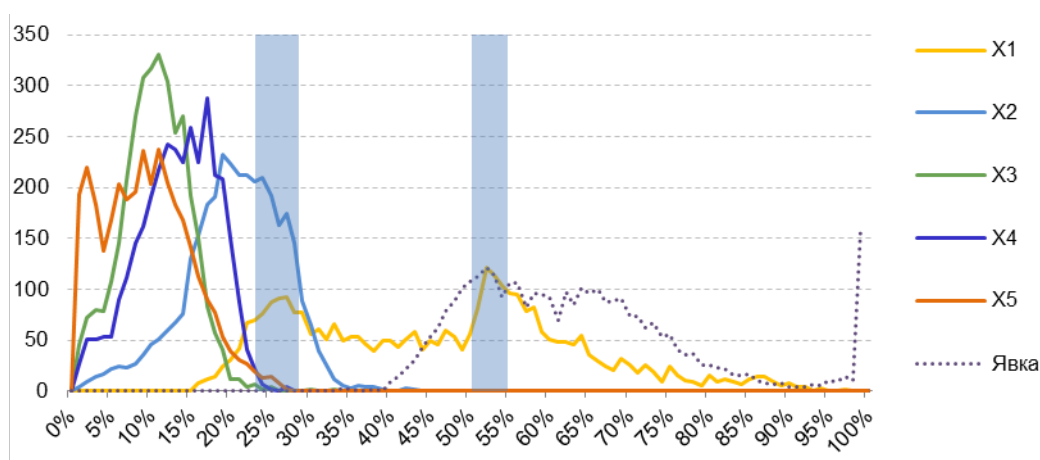


Источник: ЦИК, расчеты Центра Развития

Подобную аномалию демонстрирует также рисунок 2, который показывает распределение количества участков по явке и доле набранных партиями голосов. С одной стороны, можно

заметить, что все партии, кроме X1, демонстрируют одномодальность и распределение плотности, приближенное к нормальному. С другой стороны, распределение плотности по партии X1 является бимодальным (одна мода расположена в 27%, а другая – в 52%). Однако заметим, наиболее странным является то, что две моды (51% и 67%) зафиксированы и в распределении плотности явки на избирательных участках: как правило, плотность распределения явки на выборах хорошо описывается плотностью нормально распределенной случайной величины и то, что можно увидеть на рисунке 2, явно не является нормально распределенным. И этот факт является наиболее уязвимым с точки зрения статистики: распределение явки не зависит от политических настроений в обществе и никак не может быть объяснено фактором «довольных и при этом политически неактивных граждан», который может влиять на взаимосвязь явки и доли отданных голосов в процессе волеизъявления.

Рисунок 2 – Распределение числа участков по доле набранных партиями голосов и по явке



Источник: ЦИК, расчеты Центра Развития

Всё это наталкивает на мысль о том, что официальные результаты выборов и волеизъявления народа, имевшие место в действительности, могут не совпадать. Для проверки гипотезы H_0 о том, что доля голосов в пользу партии X1 как-то связана с показателем явки, мы использовали следующее предположение.

Пусть параметр γ является истинным¹ (или «нормальным») значением явки избирателей на выборы. Тогда будем считать, что этот параметр постоянен², а все избирательные участки абсолютно гомогенны по структуре проживающих жителей. При этом если явка на УИК ниже значения параметра γ , то будем считать, что накрутка голосов на участке не производилась, а потому средняя доля голосов, отданных за каждую партию, α_i отражает истинную величину поддержки партий населением. При этом α_i не зависит от величины явки избирателей, а также имеет ограничения ($i=1...7, 0 \leq \alpha_i < 1, \sum \alpha_i < 1$).

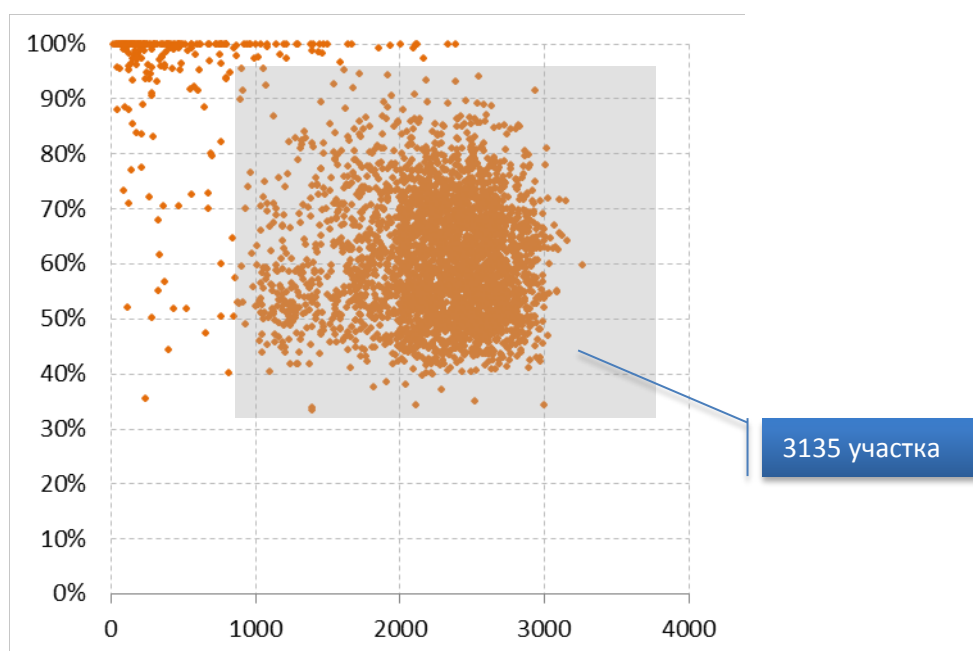
¹ В отсутствие нарушений, связанных с искусственной накруткой результатов за счет увеличения количества бюллетеней. Типичные виды подобных нарушений – «вброс» и «ручеек» (последний часто по ошибке называют «каруселью»).

² На самом деле этот параметр должен являться случайной величиной с математическим ожиданием $E\gamma$ и теоретической дисперсией $Var(\gamma) = \frac{E\gamma(1-E\gamma)}{N}$, где N – количество избирателей на каждом участке. Однако при среднем значении количества жителей на УИК в размере 2100 человек, стандартное отклонение не превышает 1,0% при среднем значении явки около 50%.

Если явка отличается в большую сторону от значения параметра γ , то будем предполагать, что на УИК происходила «накрутка» голосов, при этом все дополнительные голоса (сверх нормальной явки) имеют другую предельную степень поддержки той или иной партии β_i ($i=1...7, 0 \leq \beta_i < 1, \sum \beta_i = 1$), где коэффициент β_i показывает долю голосов за партию i среди дополнительных отданных голосов.

При проверке гипотезы H_0 производилась оценка коэффициентов системы уравнений, в которых в качестве зависимых переменных выступали доли голосов, отданных согласно официальным результатам за ту или иную партию на каждом УИК. При этом для того чтобы отсеять нерепрезентативные избирательные участки, в выборку были включены только те участки, где явка не превышала 95%, а количество избирателей, внесённых в списки, составляло более 750 человек (3135 УИК-ов из 3374). Оценка коэффициентов системы уравнений производилась при различных значениях параметра явки: от 30% до 70%.

Рисунок 3 – Численность человек, внесённых в избирательные списки, и явка на выборах



Источник: ЦИК, расчеты Центра Развития

Математическая система уравнений выглядит следующим образом:

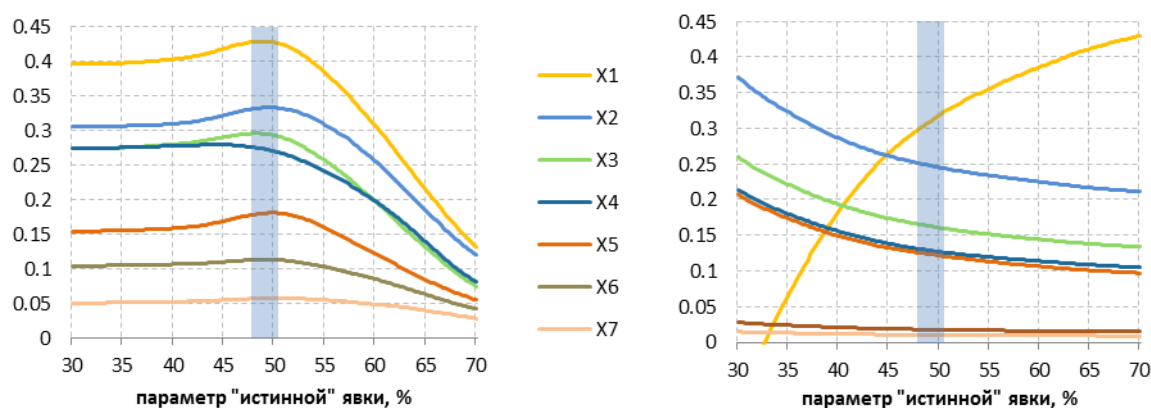
$$(1) \quad \frac{X_i^j}{X^j} = \alpha_i + \varepsilon_i^j, \text{ при } \frac{X^j}{N^j} \leq \gamma,$$

$$(2) \quad \frac{X_i^j}{X^j} = \alpha_i + \beta_i \frac{X^j - \gamma N^j}{X^j} + \varepsilon_i^j, \text{ при } \frac{X^j}{N^j} > \gamma,$$

где X_i^j – количество голосов, поданных за партию i на участке j , X^j – общее количество избирателей, проголосовавших на участке j , N^j – количество избирателей, внесенных в избирательные списки на участке на момент начала голосования, ε_i^j – ошибка регрессии, нормально распределенная гомоскедастичная³ по i (но не по j) независимая случайная величина.

³ Упрощающая гипотеза, поскольку из-за разного количества голосующих ошибка разная.

Рисунок 4 – Доля объяснённой выборки (слева) и средние предпочтения партий населением α_i (справа) при различных значениях параметра истинной («нормальной») явки γ



Источник: ЦИК, расчеты Центра Развития

Исследование показало, что наилучшее приближение как в модели всех партий в целом, так и по индивидуальным моделям отдельных партий происходит в окрестностях значения параметра «нормальной» явки γ от 48% до 50%, и только у одной из партий максимальное качество подгонки наблюдалось в окрестностях значений γ около 44% (Рисунок 4). Принимая во внимание достаточно узкий разброс оптимальных значений, мы приняли за истинную оценку параметра γ значение 49%, и рассчитали значения других коэффициентов, представленных ниже.

Результаты анализа

	Явка	Доля голосов							Испорчено
		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	
Официальные цифры	61.7%	46.6%	19.3%	12.1%	9.4%	8.5%	1.3%	0.8%	1.7%
α_i	49.0%	30.3%	24.2%	16.0%	12.6%	12.1%	1.7%	1.0%	2.1%
s.e. (α_i)	-	0.4%	0.1%	0.1%	0.1%	0.1%	0.0%	0.0%	-
β_i	-	100%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.1%	-
s.e. (β_i)	-	0.6%	0.5%	0.4%	0.3%	0.5%	0.1%	0.1%	-

Источник: ЦИК, расчеты Центра Развития

Таким образом, несмотря на то, что ранжирование партий по предпочтению населением после осуществления корректировки не изменилось, скорректированное распределение голосов оказалось отличным от исходного. На это же указывает и тот факт, что коэффициент дополнительной поддержки голосов β_i для одной партии (X1) оказался равен единице, а для остальных – нулю. Из этого напрашивается вывод о том, что все эффекты, связанные с ростом явки на избирательных участках, возникали в интересах одной лишь партии X1.

Отметим, что полученные оценки коэффициентов поддержки партий α_i не показывают истинных результатов выборов по г. Москве в отсутствие накруток явки, поскольку в исследовании не были учтены различия в величине избирательных участков и некоторые другие факторы. Однако они представляются гораздо более близкими к имевшим место в действительности результатам, нежели официальные результаты выборов и отражают предпочтения среднего москвича.

Максим Петрович

E-mail: max.petronevich@gmail.com